2016年9月30日

巨大数紹介～コズミックホラーの香りにのせて～

概要

1. グラハム数
2. ふぃっしゅ数ver.1からB変換
3. 雑記

巨大数とは？

- そもそも巨大数とは何か?
- 数が大きいとは?
- 何と比較して大きいのか?

『寿司　虚空編』親方の台詞より

「ある自然数が定まった時『その数は0と比べてどのくらい大きいのか』『別の0でないある数と比べたらどうなのか』そして『頭の中から見てどのくらい見慣れないものなのか』～（中略）～どんどんやっていくほど見慣れないへの基準はいくらでも上がっていってしまう。～（中略）～より大きな数を！そこに意味はないが理由はある！」

1　グラハム数

定義 1 (クヌースの矢印表記)

$$x \uparrow y = x^y$$

$$x \uparrow\uparrow 2 = x \uparrow x$$

$$\begin{aligned} 3^3 &= \overbrace{3 \uparrow 3 \uparrow 3 \uparrow 3}^{4 copies of 3} \\ &= 3 \uparrow\uparrow 4 \end{aligned}$$

(!) 計算は右から

$$\overbrace{3 \uparrow\uparrow 3 \uparrow\uparrow \cdots \uparrow\uparrow 3}^{ncopiesof3} = 3 \uparrow\uparrow\uparrow n$$

$$\overbrace{3 \uparrow\uparrow\uparrow 3 \uparrow\uparrow\uparrow \cdots \uparrow\uparrow\uparrow 3}^{ncopiesof3} = 3 \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow n$$

$$3(ncopiesof \uparrow)3 = 3 \uparrow^n 3$$

$$3 \uparrow^x 3 \stackrel{\text{def}}{=} G(x)$$

$$\underbrace{G(G(G(\cdots G(x) \cdots)))}_{ncopies} = G^n(x)$$

これがグラハム数

$$G^{64}(4)$$

2　ふぃっしゅ数からB変換

定義 2

$$B(m,n)=l$$

ルール

1. Bの頭に0, 尻に0より大きい数が入った場合.

$$\begin{aligned} B(0,n) &= f(n) \\ &= n+1 \end{aligned}$$

2. Bの頭に0より大きい数,尻に0が入った場合

$$B(m+1,0)=B(m,1)$$

3. Bの頭にも尻にも0でない数が入った場合

$$B(m+1,n+1)=B(m,B(m+1,n))$$

4. $g(x)\overset{\mathrm{def}}{=}B(x,x)$

具体例：$g(3)$

$$
\begin{aligned}
g(3) &= B(3,3) \\
&= B(2, B(3,2)) \\
&= B(2, B(2, B(3,1)))
\end{aligned}
$$

3　雑記

3.1　超限順序数とFGH

ω FastGrowingHierarchy 急増加関数

3.2　ふぃっしゅ数と計算不可能関数

ふぃっしゅ数の大きさ

F4	F7
F5	F6
F3	
F1	F2

3.3 ラヨ数

定義 3 (ラヨ関数) *First order*の集合論の言葉でn個以内の記号で表現出来るいかなる有限個の正の整数よりも大きな最小の正の整数

参考文献

- ふぃっしゅっしゅ著『巨大数論２版β』
- 小林銅蟲著『寿司　虚空編』